



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen consta de dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Un punto de luz situado en  $P(0,1,1)$  proyecta la sombra de la recta:

$$x = y = -z$$

sobre el plano  $\pi: x - z = 0$ .

Calcular las coordenadas del punto de esta proyección que pertenece al plano  $z = 1$ .

2. (2 puntos). Se consideran las rectas:

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-5}{2} \quad s: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -4 + 3\lambda \\ z = 0 \end{cases}$$

Hallar la ecuación de la recta que contiene al punto  $P(2, -1, 1)$  y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = k \\ x + 2y + 3z = 2 \\ kx + ky - 4z = -1 \end{cases}$$

a) (2 puntos). Discutirlo según los distintos valores de  $k$ .

b) (1 punto). Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.

4. (3 puntos). Dada la función:

$$f(x) = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}$$

a) (2 puntos). Hallar sus máximos y mínimos locales y/o globales.

b) (1 punto). Determinar el valor del parámetro  $a > 0$  para el cual es:

$$\int_0^a f(x) dx = -1$$

OPCIÓN B

1. (2 puntos). a) (1 punto). Hallar el punto P en el que se cortan las gráficas de las funciones:

$$f(x) = \frac{2}{x} \quad g(x) = +\sqrt{x^2 - 3}$$

b) (1 punto). Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes en el punto P a cada una de las curvas anteriores y demostrar que son perpendiculares.

2. (2 puntos). Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{2 + \operatorname{sen} x - \cos x}$$

Se pide:

a) (1 punto). Calcular sus extremos locales y/o globales en el intervalo  $[-\pi, \pi]$

b) (1 punto). Comprobar la existencia de, al menos, un punto  $c \in [-\pi, \pi]$  tal que  $f''(c) = 0$ . (Sugerencia: utilizar el teorema de Rolle). Demostrar que en  $c$  hay un punto de inflexión.

3. (3 puntos). Dadas las rectas:

$$r: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1} \quad s: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

a) (1,5 puntos). Hallar la ecuación del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .

b) (1,5 puntos). Calcular la distancia de  $s$  al plano anterior.

4. (3 puntos). Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

a) (1,5 puntos). Hallar  $(A - I)^2$ .

b) (1,5 puntos). Calcular  $A^4$  haciendo uso del apartado anterior.

## MATEMÁTICAS II

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

## OPCIÓN A

1. Cálculo de la proyección de la recta: 1,5 puntos  
Cálculo del punto de proyección contenido en el plano  $z = 0$ : 0,5 puntos.
2. Planteamiento: 1 punto  
Cálculo de la solución correcta: 1 punto
3. Apartado a): 2 puntos  
Apartado b): 1 punto
4. Apartado a): Obtención de la derivada, 1 punto  
Cálculo de máximos y mínimos, 1 punto  
Apartado b) Cálculo de la integral, 0,5 puntos.  
Determinación de  $a$ , 0,5 puntos.

## OPCIÓN B

1. Apartado a): 1 punto  
Apartado b): Cálculo de las rectas, 0,5 puntos  
Demostrar que son perpendiculares, 0,5 puntos.
2. Apartado a): Cálculo correcto de la derivada, 0,5 puntos.  
Determinación de los máximos y mínimos, 0,5 puntos.  
Apartado b): Prueba de la existencia de  $c$ : 0,5 puntos  
Prueba de que  $c$  es un punto de inflexión, 0,5 puntos
3. Apartado a): 1,5 puntos  
Apartado b): 1,5 punto
4. Apartado a) 1,5 puntos  
Apartado b) 1,5 puntos